確率 (2) の授業では、以下のような問題を追加しました。宿題にしましたが、理解に役立ててください。

問題

12 本中 3 本の当たりくじを含むくじから 3 本のくじを同時に引くとき、当たりくじが 1 本以上含まれる確率を求めてください。

次の解答 1 は、余事象を用いて計算する方法です。

解答 1

「当たりくじが 1 本以上含まれる」という事象を A とします。A の余事象 $\overline{A}$ は、「当たりくじが 1 本もでない」という事象です。$\overline{A}$ の確率 $P(\overline{A})$ は

$$P(\overline{A}) = \frac{{}_9C_3}{{}_{12}C_3} = \frac{\left(\frac{9\cdot8\cdot7}{\cancel{3\cdot2\cdot1}}\right)}{\left(\frac{12\cdot11\cdot10}{\cancel{3\cdot2\cdot1}}\right)} = \frac{9\cdot8\cdot7}{12\cdot11\cdot10} = \frac{21}{55}$$

です。余事象の定理より、求める確率 $P(A)$ は

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{21}{55} = \frac{34}{55}$$

となります。

次の解答 2 は、直接求める方法です。

解答 2

「当たりくじが 1 本以上含まれる」という事象を A とします。
「当たりくじが 1 本だけ含まれる」という事象を A_1 とします。
「当たりくじが 2 本だけ含まれる」という事象を A_2 とします。
「当たりくじが 3 本だけ含まれる」という事象を A_3 とします。

事象 A_1 が起こる確率 $P(A_1)$ は

$$P(A_1) = \frac{{}_3C_1\cdot{}_9C_2}{{}_{12}C_3}$$

事象 A_2 が起こる確率 $P(A_2)$ は

$$P(A_2) = \frac{{}_3C_2\cdot{}_9C_1}{{}_{12}C_3}$$

です。事象 A_3 が起こる確率 $P(A_3)$ は

$$P(A_3) = \frac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3}$$

です。積事象はすべて空事象、すなわち

$$A_1\cap A_2 = A_1\cap A_3 = A_2\cap A_3 = A_1\cap A_2\cap A_3 = \phi$$

です。よって、求める確率 $P(A)$ は

$$
\begin{aligned}
P(A) &= P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) \\
&= P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1 \cap A_2) - P(A_1 \cap A_3) - P(A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \\
&= P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(\phi) - P(\phi) - P(\phi) + P(\phi) \\
&= \frac{{}_3C_1 \cdot {}_9C_2}{{}_{12}C_3} + \frac{{}_3C_2 \cdot {}_9C_1}{{}_{12}C_3} + \frac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3} - 0 - 0 - 0 + 0 \\
&= \frac{{}_3C_1 \cdot {}_9C_2 + {}_3C_2 \cdot {}_9C_1 + {}_3C_3}{{}_{12}C_3} \\
&. \\
&. \\
&. \\
&= \frac{34}{55}
\end{aligned}
$$

で求められます。計算過程を表示したくありません (汗)